Chapitre ALGO1.

Fondamentaux

Résumé & Plan

L'objectif de ce chapitre est de redécouvrir les principales structures en Python : les boucles, les tests, et de savoir les manipuler. Nous travaillerons pour le moment uniquement sur des objets de type `int` (des entiers), `float` (flottants, des nombres à virgule). Les autres types seront traités dans de prochains chapitres.

1 Introduction à Python 6

1.1 Environnement de travail ... 6

1.2 Console ... 8

1.3 Types ... 8

1.4 Variables ... 11

1.5 Importation de modules ... 12

2 Fonctions & Procédures 13

2.1 Généralités ... 13

2.2 Fonctions de modules ... 15

2.3 Chronométrage ... 16

3 Tests logiques & Boucles 16

3.1 Tests logiques ... 17

3.2 Boucles ... 17

4 Solutions des exercices 23

> *Si debugger, c'est supprimer des bugs, alors programmer ne peut être que les ajouter.*
>
> — **Edsger Dijkstra**

1. INTRODUCTION À PYTHON

1.1. Environnement de travail

Le réseau du lycée. Vous disposez d'un accès au réseau pédagogique du Lycée Montaigne qui vous fournit un espace disque accessible depuis n'importe quel ordinateur du lycée.

- Saisissez votre identifiant et votre mot de passe personnels pour vous connecter au réseau.

- Naviguez dans l'arborescence réseau et identifiez votre dossier personnel (dossier de travail). Vos fichiers doivent être enregistrés à cet emplacement, en créant au besoin des sous-dossiers (vous pouvez d'ors et déjà créer un dossier « Informatique », puis un sous-dossier TP1).
- Identifiez également le dossier partagé, qui est accessibles à tous les élèves de la classe ainsi qu'aux enseignants. Vous y trouverez pour certaines séances des fichiers déposés pour certains TPs.

L'IDE *Pyzo*. L'environnement de développement *Pyzo* est choisi pour sa simplicité de mise en oeuvre et sa licence open source. Il est constitué :

- d'un **éditeur** (fenêtre de gauche par défaut) qui permet de saisir le programme (les mots-clé du langage sont colorés, ce qui permet une relecture facile, et l'indentation est automatique),
- d'une **console** (fenêtre de droite par défaut), qui permet d'exécuter des instructions en ligne de commande (en tapant à la suite de + et de suivre le déroulement de son programme. Pour vous familiariser avec la console, taper par exemple les commandes `1+1`, `x = 3` puis `x+1`.
- D'un **explorateur de variables** (menu « Workspace »), qui permet de connaître les valeurs contenues dans les variables en cours d'utilisation. Cet fenêtre est généralement moins utile sauf pour les longs codes.
- La **structure du code** liste les différentes fonctions ainsi que leur dépendance.

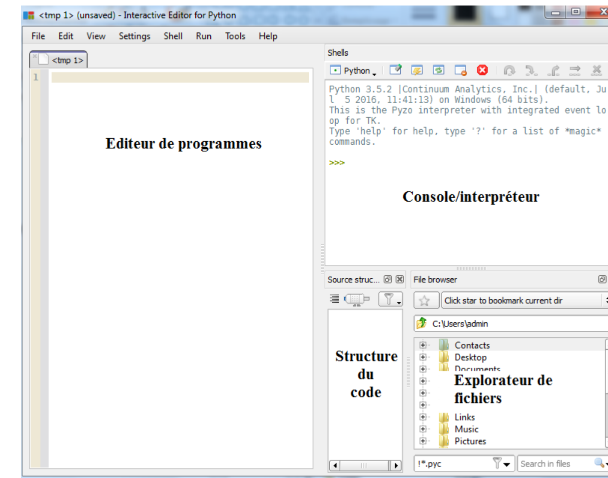
Afin de prolonger le travail fait en classe, il est recommandé que vous l'installiez sur votre ordinateur personnel à partir du site `http://www.pyzo.org`.

Attention — Différence entre éditeur et console

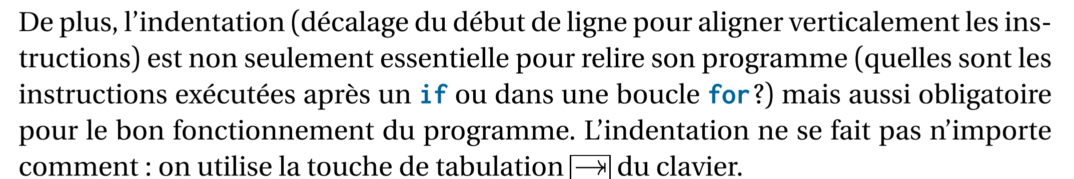
Il faut enregistrer son travail sous la forme de fichiers .py de façon régulière, dans un répertoire créé à cet effet (par exemple TP1) et on exécutera le programme en cours à l'aide de la commande « démarrer comme un script » ou de la touche F5. Une différence importante est que l'ensemble des instructions du fichier sera exécuté en une seule fois, contrairement à la console.

Attention

Les noms de fichier ne doivent ni contenir d'espaces, ni d'accents.



En `Python`, toute ligne commençant par un `##` est un commentaire : son contenu sera ignoré lors de l'exécution du programme. Les commentaires servent donc à améliorer la compréhension du code, mais il ne faut pas non plus en abuser. Par exemple écrire `## augment x de 1` à côté de l'instruction `x += 1` est complètement inutile.


De plus, l'indentation (décalage du début de ligne pour aligner verticalement les instructions) est non seulement essentielle pour relire son programme (quelles sont les instructions exécutées après un `if` ou dans une boucle `for` ?) mais aussi obligatoire pour le bon fonctionnement du programme. L'indentation ne se fait pas n'importe comment : on utilise la touche de tabulation ⇥ du clavier.

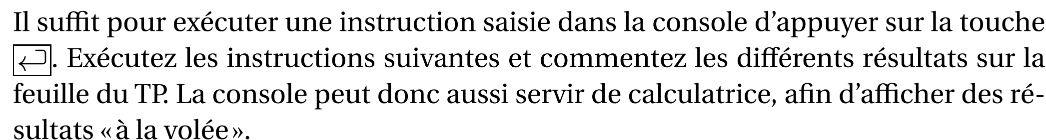
Dans un premier temps, nous allons travailler uniquement dans la console.

Résumé — Privilégier l'éditeur

Il y a trois raisons pour lesquelles il faut travailler dans l'éditeur :

- On peut écrire plusieurs instructions à la suite.
- On peut sauvegarder son travail et donc le retrouver au prochain démarrage de pyzo.
- On peut y écrire des commentaires afin de clarifier son code.

1.2. Console



Il suffit pour exécuter une instruction saisie dans la console d'appuyer sur la touche ⏎. Exécutez les instructions suivantes et commentez les différents résultats sur la feuille du TP. La console peut donc aussi servir de calculatrice, afin d'afficher des résultats « à la volée ».

- `1.2`,
- `1,2`,
- `6`,
- `6.`,
- `2+3`,
- `2+3.0`,
- `2-3`,
- `3*2`,
- `3**2`,
- `10/3`,
- `10//3`,
- `10%3`,
- `1 == 2`,
- `1 == 1.0`,
- `1 == 1`,
- `"Bon"`,
- `"Bon"+"jour"`,
- `3*"Boum!"`.

1.3. Types

Panorama des différents types. En Python, les objets manipulés ont un type et le typage est automatique. C'est-à-dire que lorsque vous créer un objet en Python (par exemple *via* les commandes précédentes exécutées dans la console), Python lui affecte un type de manière automatique. Pour connaître le type d'une expression, on peut utiliser la commande type. Par exemple :

```
>>> type(12) # entier
<class 'int'>
>>> type(12.0) # flottant
<class 'float'>
>>> type(True)
<class 'bool'>
>>> type("douze")
<class 'str'>
>>> type("12") # chaîne de caractère
<class 'str'>
>>> type(["d", "o", "u", "z", "e"]) # liste
<class 'list'>
>>> type({"1" : "2"}) # dictionnaire
<class 'dict'>
```

Fixons un peu de vocabulaire.

- Un objet informatique est dit *immuable*, si son état ne peut pas être modifié après sa création. À l'inverse il est dit *variable*.
- On appelle *méthode* sur un objet `O` (liste, tuple, entiers, *etc.*), toute instruction du type

  `O.nom_methode()`.

  Par exemple, l'instruction `.append(x)` rajoute `x` dans `L` est une méthode sur les listes. Nous la verrons dans le Chapter ALGO2.
- Il faut distinguer les méthodes des fonctions. Par exemple, `sum` est une fonction Python qui retourne la somme des éléments d'une liste (la notion de fonction sera étudiée dans la prochaine section).

Dans ce TP, nous n'utiliserons que les types ci-après :

- le type `int` : les entiers relatifs.
- Le type `float` : les nombres flottants.
- Le type `str` : les chaînes de caractères (« string » en Anglais).
- Le type `bool` : les booléens `True`, `False`.

Au cours de l'année, nous rencontrerons en revanche l'ensemble des types ci-après.

Type	Exemple	Quelques opérations	Mutable ?
Entier `int`	`42`	`+` , `-` , `*`, `**`	Oui
Flottant `float`	`0.3`	`+` , `-` , `*`, `**` , `/`	Oui
Booléen `bool`	`1 == 2`	`and`, `or`, `not`	Oui
Chaînes `str`	`"blablabla"`	`+` , `len` , `in`	Non
Liste `list`	`[0,1,2]`	`+` , `len` , `in`	Oui
Tableaux `numpy`	`np.array([0, 1, 2])`	`+` , `len` , `in`	Oui

Tuple `tuple`	`(0,1,2)`	`+` , `len` , `in`	Non
Dictionnaire `dict`	`{'clef': 'val', ...}`	`.Keys`, `.Values`	Oui

TYPES NUMÉRIQUES. En Python, les nombres peuvent avoir deux types, `int` ou `float`, suivant qu'il s'agit d'un entier relatif ou d'un nombre flottant. On dispose de plus des opérations suivantes :

Commande	Effet
`+`	Additionne deux quantités. Si les deux sont des entiers, le résultat est un entier. Sinon un flottant.
`-`	Même chose, mais pour la soustraction.
`*`	Multiplie deux quantités. Si les deux sont des entiers, le résultat est un entier. Sinon un flottant.
`/`	Divise deux quantités. Le résultat est **toujours** un flottant. Par exemple, `2/2` retourne `1.0`.
`**`	Élève à la puissance deux quantités. Si les deux sont des entiers, le résultat est un entier. Sinon un flottant.

Dans le cas des entiers (type `int`), on possède deux commandes supplémentaires pour l'arithmétique.

Arithmétique

```
>>> 5//2 # quotient de la division euclidienne
2
>>> 5%2 # reste de la division euclidienne
1
```

Attention aux flottants !

En Python, les entiers ont une taille arbitraire, limitée seulement par les capacités de la machine, les calculs se font donc en **valeurs exactes**.

```
>>> 2**100
1267650600228229401496703205376
>>> (10**100 +1) - 10**100
1
```

Les flottants en revanche ont un nombre de décimales limité[1] et il peut y avoir des erreurs d'arrondi, les calculs se font donc en **valeurs approchées**.

```
>>> 2.0**100
1.2676506002282294e+30
>>> (10**100 +1.)-10**100 # curieux, non ?
0.0
```

Attention Les fonctions numériques usuelles (racine carrée, logarithme, etc...) ne sont pas disponibles de base. Il faudra pour les utiliser importer des bibliothèques de calcul numérique comme `math` ou `numpy`.

TYPE BOOLÉEN & TESTS LOGIQUES. Ce type est adapté aux tests logiques (nous en reparlerons longuement quand nous ferons les tests `if` plus tard dans ce TP). Les booléens sont `True` et `False`.

Attention

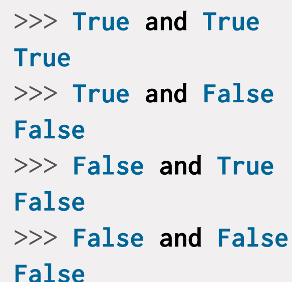
On n'écrit **pas** `"True"` et `"False"` qui sont des chaînes et non des booléens.

```
>>> type("True")
<class 'str'>
>>> type(True)
<class 'bool'>
```

Nous avons, comme dans le cours de Mathématiques, des opérations « ou » et « et » sur les booléens.

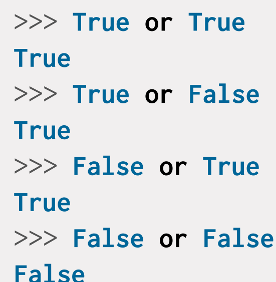
[1]Le concept « d'infini » est incompatible avec la notion même d'ordinateur. Par exemple, $\frac{1}{3}$ possède un nombre infini de 3 après la virgule, Python est incapable de tous les prendre en compte donc tronquera la série de 3

Opérateur « et »



```
>>> True and True
True
>>> True and False
False
>>> False and True
False
>>> False and False
False
```

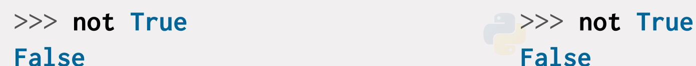
Opérateur « or »



```
>>> True or True
True
>>> True or False
True
>>> False or True
True
>>> False or False
False
```

On dispose aussi d'un opérateur **not** pour obtenir la négation d'une proposition logique.

Négation

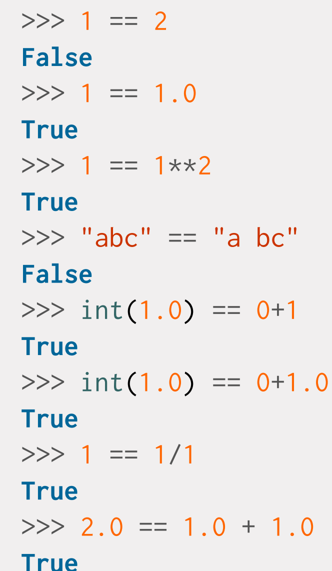


```
>>> not True
False
```

```
>>> not True
False
```

Comment obtient-on concrètement un booléen ? Par un test logique d'égalité. La syntaxe est la suivante `variable_1 == variable_2`, le résultat est alors un booléen.

Exemple 1 **(Tests logiques)** Prédire et observer les résultats des tests logiques ci-après.

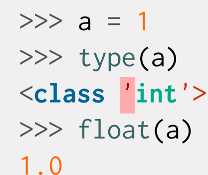


```
>>> 1 == 2
False
>>> 1 == 1.0
True
>>> 1 == 1**2
True
>>> "abc" == "a bc"
False
>>> int(1.0) == 0+1
True
>>> int(1.0) == 0+1.0
True
>>> 1 == 1/1
True
>>> 2.0 == 1.0 + 1.0
True
```

Attention

Comme en témoigne l'exemple précédent, il faut donc rester **très méfiant** à propos des test `==`. Par exemple, le résultat de `1 == 1.0` n'est pas du tout intuitif, Python opère implicitement une conversion en flottant de l'entier `1` avant de réaliser le test. En cas de doute, mieux vaut effectuer quelques tests rapides dans la console avant.

Conversion de types. Il est possible de convertir, par exemple, une expression de type `int` en `float`.



```
>>> a = 1
>>> type(a)
<class 'int'>
>>> float(a)
1.0
```

```
>>> a = float(a) # conversion en flottant
>>> type(a)
<class 'float'>
>>> a = int(a) # retour aux entiers
```

Il existe beaucoup d'autres possibilités de conversion, toutes sont intuitives! Par exemple :

```
>>> int(True)
1
>>> list(str(100))
['1', '0', '0']
```

1.4. Variables

Pour stocker un résultat ou une valeur, on crée des objets en Python que l'on affecte à un nom que l'on appelle *variable*. La syntaxe d'une déclaration de variable est la suivante :

Déclaration d'une variable

```
>>> x = 1 # création de la variable x puis affectation de l'objet
↪ int 1
```

De manière générale, on écrit : `nomdelavariable = expression`. On peut aussi affecter à la chaîne plusieurs variables.

```
>>> a, b, c = 1, 2, "coucou"
>>> a
1
>>> b
2
>>> c
'coucou'
```

Le symbole « = » doit être compris comme « reçoit la valeur », on noterait cela mathématiquement $x \longleftarrow \ldots$ (comme lorsque l'on remplace une ligne par une autre dans un système linéaire par exemple), et non comme une égalité classique.

ÉCHANGER LES VALEURS DE DEUX VARIABLES. On suppose crées deux objets `a, b` et on souhaiterait échanger leur valeur. Une idée naïve serait la suivante.

Exemple 2 (Échange naïf)

```
>>> a = 1
>>> b = 2.0
>>> b = a
>>> a = b
>>> a
1
>>> b
1
```

Analyser les valeurs de `a, b`. L'échange a-t-il été fait correctement? Pourquoi?

La bonne façon de voir les variables c'est comme des tasses que l'on remplit à l'aide de certains objets (entiers, flottants *etc.*). La question est donc : comment échanger le contenu de chaque tasse?

Exemple 3 **(Échange naïf)** Compléter la version ci-après pour que l'échange soit correct.

```
a = 1
b = 2.0
...
...
...
```

On peut même utiliser une commande toute faite en Python pour faire cela :

Résumé **Échanger les valeurs de deux variables**

```
a, b = b, a
```

Incrémenter des variables entières ou des flottants . Il existe des raccourcis classiques pour ajouter ou multiplier ce type de variable. Voyez sur l'exemple qui suit.

Privilégier

```
>>> n = 1
>>> n += 1
>>> n
2
>>> n *= 2
>>> n
4
```

Éviter

```
>>> n = 1
>>> n = n+1
>>> n
2
>>> n = 2*n

>>> n
4
```

Accès aux objets définis. On peut par ailleurs accéder à l'ensemble des variables déclarées *via* la commande `globals()`, elles sont également à retrouver dans la fenêtre « explorateur d'objets » de Pyzo.

1.5. Importation de modules

Des modules supplémentaires ont été crées pour le traitement spécifique de certaines tâches. Nous pouvons citer les principaux que nous utiliserons :

- `math` : qui comme son nom l'indique, est dédié aux Mathématiques (toutes les fonctions usuelles principales par exemple).
- `numpy` : qui est dédié à tout le calcul numérique (résolution de systèmes linéaires, opérations diverses sur les matrices *etc.*). Nous utiliserons largement ce module dans le Chapter NUM7.
- `matplotlib` : qui est dédié à l'affichage de graphiques divers.
- dans une moindre mesure vous utiliserez le module `scipy` pour les statistiques de deuxième année par exemple. Nous utiliserons largement ce module dans le Chapter NUM8.

Afin d'utiliser une bibliothèque, on commence par l'importer. Pour cela, on procède de la manière suivante.

```
import nom_module as prefixe_a_choisir
```

Pour les modules cités précédemment nous ferons toujours :

```
import math as ma
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt # sous-module pyplot de matplotlib
```

Pour accéder à une fonction on utilisera

```
prefixe_a_choisir.nom_de_la_fonction
```

Par exemple :

```
>>> ma.cos(0)
1.0
```

Attention **Méthodes alternatives d'importation à éviter**

On peut aussi importer les modules sans préfixe, c'est-à-dire que lorsque nous ferons appel aux fonctions dudit module, on peut éviter de taper le nom du préfixe. Par exemple,

```python
import math
cos(0)
```

Mais cela est dangereux : en effet, les modules `math` et `numpy` possèdent par exemple tous les deux des fonctions `cos`, `sin` *etc.*. Donc en important `math` puis `numpy`, on «écrase» les fonctions `math` par celles de `numpy` lors de la seconde affectation. Utiliser un préfixe permet donc d'avoir une garantie sur quelle fonction on utilise quand y fait appel.[2]

2. FONCTIONS & PROCÉDURES

Nous créerons la plupart du temps des «groupes» d'instructions Python que l'on appelle «fonctions» ou «procédures».

- On appellera *fonction* toute série d'instructions informatiques retournant un résultat (présence d'un **`return`** dans la suite).
- On appellera *procédure* toute série d'instructions informatiques ne retournant pas de résultat (par exemple, une modification des variables données en argument).

Attention

Un comportement analogue aux fonctions, que l'on trouve parfois dans littérature, consiste à utiliser des commandes du type `input` / `print`, mais nous nous l'interdirons.

Jusque maintenant, nous avons essentiellement travaillé dans la console. À présent, on part plutôt du côté de l'éditeur (fenêtre de gauche).

[2]Et il existe des différences entre le cos de `math` et le cos de `numpy` par exemple, nous y reviendrons.

2.1. Généralités

Dans le langage Python, une fonction est une suite d'instructions dépendant de paramètres. Rappelons la syntaxe pour la définir en langage Python.

Structure d'une fonction

```python
def f(x1, x2, ..., xn):
    """
    Documentation (docstring)
    """
    # instructions créant y1,
    ↪ ..., yp
    return y1, y2, ... , yp
```

Structure d'une procédure

```python
def f(x1, x2, ..., xn):
    """
    Documentation (docstring)
    """
    # instructions utilisant
    ↪ x1, ..., xn
```

Les paramètres `x1, x2, ..., xn` sont ici obligatoires, il existe aussi des paramètres dits optionnels (*i.e.* possédant une valeur par défaut), mais nous ne les utiliserons pas. La seule différence entre les deux structures de code est que l'une ne renvoie rien (procédure).

```python
f(val1, val2, ..., valn) # exécution de fonction
help(f) # affichage de la documentation
res_1, ..., res_p = f(val1, val2, ..., valn) # stockage du
↪ résultat de la fonction dans des variables
```

Une fonction est dite *itérative* si elle ne fait pas appel à elle-même (généralement construite à partir de structures simples comme **`if`**, **`while`**, **`for`** *etc.*). Elle est dite *récursive* dans le cas contraire, nous ne travaillerons pour le moment pas avec des fonctions récursives, cela sera fait dans le Chapter ALGO4.

Exemple 4 Observons cet exemple qui aide à mieux comprendre la gestion des paramètres d'une fonction et de ce qu'elle retourne.

```
def f(x):
    return x+1

def g(x):
    x = 3
```

On peut alors envisager différents types d'exécution.

```
>>> x = 1.0
>>> f(x) # retourne un résultat
2.0
>>> x    # variable x NON modifiée
1.0
>>> g(x) # ne renvoie rien
>>> x     # mais x a été modifiée
1.0
```

Enfin, notons qu'il est bien sûr possible d'utiliser dans le corps d'une fonction une autre fonction définie au préalable. Par exemple l'exécution du programme suivant entré dans l'éditeur :

```
def f(x):
    return x+1

def g(x):
    return x**2

def h(x):
    return g(f(x))

>>> h(2)
9
```

Variables locales et globales. Toute grandeur définie à l'intérieur d'une fonction ne peut être utilisée à l'extérieur, sauf exception. Les variables déclarées à l'intérieur d'une fonction sont donc appelées *variables locales*.[3]

Cependant il est aussi possible de décréter une variable comme étant « globale » et que l'on pourra utiliser ensuite à l'extérieur.

Exemple 5 Dans ce premier exemple, la variable a est locale.

```
def g(x):
    a = x**2
    return a
```

Mais dans le second,

```
def h(x):
    global a
    a = x**2
    return a
```

cette fois-ci, la variable a est bien définie même en dehors de la fonction. On parle alors de *variable globale*. Une fois la fonction h exécutée, un appel à a dans la console donnera la valeur de a.

Les fonctions `print` et `input`. Deux fonctions importantes de Python — présente nativement sans importation de module — sont `print` et `input` et qui s'utilisent comme suit :

- `print(x)` : prend en argument une variable x ou un objet, et affiche l'objet. Cette fonction sert la plupart du temps à des fins de débogage, en faisant afficher des quantités interessantes au milieu d'un algorithme qui renverrait une erreur.
- `x = input("message d'information")` : prend en argument une chaîne qui est un message d'information, et stocke dans x la valeur entrée. Cette fonction sera très rarement utilisée, elle est seulement faite pour interagir avec un utilisateur (par exemple si vous programmez un jeu et que l'utilisateur doit faire un choix).

[3]Sur le même principe que les variables de sommes ou d'intégrales en Mathématiques.

Mais, en TP, la plupart du temps l'utilisateur ce sera vous-même donc on privilégiera l'usage de fonctions (voir plus bas).

On peut également afficher plusieurs objets à la suite qui doivent être séparés par des virgules.

```
>>> print("2+3=5")
2+3=5
>>> print(2+3, "=", 5)
5 = 5
>>> print("2+3", "=", 5)
2+3 = 5
```

Attention **`print` ou pas `print` dans l'éditeur ?**

En exécutant le code de l'éditeur, les résultats sont affichés dans la console, mais seulement ceux des instructions dont l'affichage est explicitement demandé par la commande `print`. Ainsi, si l'éditeur est

```
x = 1
```

vous ne verrez aucun affichage (mais la variable `x` sera créee). En revanche, un affichage aura lieu si l'éditeur contient :

```
x = 1
print(x)
```

En revanche, dans la console, tout est affiché par défaut.

L'instruction `lambda` : définir en « mode *inline* » des fonctions Pour définir des fonctions d'une variable réelle, une syntaxe relativement commode est la suivante

```
>>> g = lambda x: x**2
>>> g(2)
4
>>> def g_prim(x):
...     return x**2
...
>>> g_prim(2)
4
```

Les deux commandes définissent dans le cas présent la fonction $x \longmapsto x^2$.

Vous voyez ici que le mot `lambda` est reconnu par Python. Il est donc interdit d'utiliser `lambda` en nom de variable.[4]

2.2. Fonctions de modules

Python dispose de plusieurs bibliothèques de fonctions destinées à un usage spécifique. Il convient de les charger grâce à la commande `import` avant de pouvoir les utiliser. Détaillons celles qui nous seront les plus utiles pendant l'année. Profitez-en également pour revoir, à l'aide de votre cours de première année, la manière d'importer des modules en Python (voir cours de première année).

Le module `math` Prenons l'exemple de la bibliothèque `math` : elle contient notamment les fonctions suivantes.

Voir toutes les fonctions disponibles dans un module

```
>>> import math
>>> dir(math)
```

[4]Privilégier alors `lamba` par exemple

```
['__doc__', '__file__', '__loader__', '__name__', '__package__',
↪ '__spec__', 'acos', 'acosh', 'asin', 'asinh', 'atan', 'atan2',
↪ 'atanh', 'ceil', 'comb', 'copysign', 'cos', 'cosh', 'degrees',
↪ 'dist', 'e', 'erf', 'erfc', 'exp', 'expm1', 'fabs',
↪ 'factorial', 'floor', 'fmod', 'frexp', 'fsum', 'gamma', 'gcd',
↪ 'hypot', 'inf', 'isclose', 'isfinite', 'isinf', 'isnan',
↪ 'isqrt', 'lcm', 'ldexp', 'lgamma', 'log', 'log10', 'log1p',
↪ 'log2', 'modf', 'nan', 'nextafter', 'perm', 'pi', 'pow',
↪ 'prod', 'radians', 'remainder', 'sin', 'sinh', 'sqrt', 'tan',
↪ 'tanh', 'tau', 'trunc', 'ulp']
```

On retiendra que la fonction `factorial` peut désormais être utilisée. Les fonctions usuelles peuvent aussi être importées depuis la bibliothèque numpy : ces dernières sont plus adaptées aux calculs numériques matriciels, par exemple pour les tracés de courbe que nous reverrons plus tard.

Les modules numpy, scipy, random et matplotlib Les bibliothèques numpy et scipy fournissent des outils pour le calcul scientifique. Nous utiliserons surtout random (simulations), numpy (calculs numériques), matplotlib (graphiques), plus rarement scipy (en Statistiques essentiellement). Tout autre module n'est pas un attendu du programme.

2.3. Chronométrage

Il est important en Informatique de pouvoir quantifier l'efficacité d'un programme plutôt qu'un autre, cela peut se faire à l'aide du module `time`. Voyons un exemple d'utilisation.

Chronométrage naïf

```
>>> import time as ti
>>> t_1 = ti.time()
>>> x = 3
>>> y = x**4
>>> format(ti.time() - t_1, "10.2E") # temps mis pour l'exécution
↪ en notation scientifique
'  1.00E-04'
```

Remarque 1 (Complexité) Il est également possible de quantifier l'efficacité de manière théorique en comptant le nombre d'opérations, on parle alors de *complexité temporelle*. Cette notion est hors-programme en BCPST.

Pour être plus robuste, mieux vaut réaliser ce chronométrage un certain nombre de fois et retourner la moyenne.

Chronométrage robuste

```
>>> import time as ti
>>> nb_ex = 1000 # nb d exécutions
>>>
>>> temps_moy = 0
>>> for _ in range(nb_ex):
...     t_1 = ti.time()
...     x = 3
...     y = x**4
...     temps_moy += ti.time() - t_1
...
>>> format(temps_moy/nb_ex, "10.2E") #affichage du temps moyen en
↪ notation scientifique
'  2.81E-07'
```

3. TESTS LOGIQUES & BOUCLES

On présente dans cette section les principales structures en Python.

3.1. Tests logiques

Test if simple

```
if test:
    instructions
else:
    instructions
```

Test if avec plusieurs conditions

```
if test:
    instructions
elif test:
    instructions
elif condition:
    instructions
```

Remarque 2 S'il y a plus que deux cas nécessitant un traitement différencié, on peut utiliser l'instruction `elif` (contraction de else et if). L'instruction `else` finale sera traitée seulement si les cas précédents n'ont pas été rencontrés.

Exercice 1 | Fonctions mathématiques définies par morceaux Solution Coder en Python les deux fonctions mathématiques ci-après :

$$f_1 : x \mapsto \begin{cases} -x & \text{si } x \leqslant -1, \\ x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}, \quad f_2 : x \mapsto \begin{cases} -x & \text{si } x \leqslant -1, \\ x^2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ x+2 & \text{si } x \geqslant 2. \end{cases}$$

3.2. Boucles

3.2.1. Inconditionnelle : boucle for

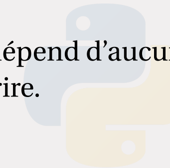
Ce sont les boucles dont on connait à l'avance le nombre d'étapes nécessaires pour arriver au résultat.

Boucle for

```
for k in string/list/etc:
    instructions
```

Lorsque le corps de boucle de dépend d'aucun indice, il s'agit alors d'une répétition d'actions, on peut alors écrire.

```
for _ in string/list/etc:
    instructions
    # répétition des instructions
```



La plupart du temps, nous utilisons l'itérateur `range` pour faire avancer l'indice d'une boucle `for`. Le mieux est de comprendre cela sur un exemple.

Exemple 6

```
>>> for i in range(3):
...     print(i)
...
0
1
2
>>> for i in range(1, 3):
...     print(i)
...
1
2
>>> for i in range(3, 1):
...     print(i)
...
```

Commentez ces deux exemples.

Dans ce TP nos boucles `for` parcourront des `range`, mais on peut aussi parcourir des listes, des chaînes de caractères et même des dictionnaires (*cf.* Chapters ALGO2 et ALGO3). Lorsque l'indice d'une boucle `for` n'est pas utilisé dans un bloc, on peut omettre de lui donner un nom, voici un exemple.

Répétition d'instructions

```
>>> for _ in range(3):
...     print("Coucou !")
...
Coucou !
Coucou !
Coucou !
```

Résumé

- `range(a, b)` : parcourt tous les entiers entre a et b-1 si $b > a$. Dans le cas contraire, ne fait rien.
- `range(a, b, h)` : parcourt tous les entiers entre a et b-1 si $b > a$ en avançant avec un pas de h. Dans le cas contraire, ne fait rien.

Exercice 2 | Calculer un produit : la factorielle (Solution) Si $n \in \mathbf{N}$ est un entier, on appelle *factorielle de n* la quantité définie par :

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 1 \times 2 \times \cdots \times n. & \end{cases}$$

Écrire une fonction d'en-tête `facto(n)`, où `n` est un entier, qui renvoie la valeur de $n!$.*On prévoira tous les cas possibles sur* `n`

Exercice 3 | Calculer une somme (Solution)

1. Écrire une fonction d'en-tête `harmo(n)`, `n` étant un entier strictement positif, et qui renvoie la valeur de

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}.$$

2. Écrire un script qui affiche la valeur de $\sum_{k=1}^{10^p} \frac{1}{k} - \ln(10^p)$ pour $p \in [\![1, 8]\!]$. Qu'observe-t-on ?

Attention La présence d'un `return` arrête une boucle `for` !

Un point très important est à constater : dès que, au sein d'une fonction, on arrive sur une instruction `return` dans une boucle `for`, alors la boucle `for` est arrêtée. Voyez par exemple :

```python
def f():
    n = 0
    for _ in range(3):
        n += 1
        return n

>>> f()
1
```

L'entier n n'a été augmenté qu'une seule fois de 1, le premier `return` a arrêté complètement la boucle `for`. De manière générale, le `return` arrête toute la fonction.

Exercice 4 | Vérification de formules (Solution)

1. Écrire une fonction d'en-tête `somme_puissance(p, n)` prenant en argument deux entiers, et renvoyant la valeur de $\sum_{k=0}^{n} k^p$.
2. Vérifier, à l'aide de Python, les assertions mathématiques ci-après :

$$\forall n \in [\![0, 10]\!], \quad \sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Exercice 5 | Dessins (Solution)

Écrire des fonctions prenant en argument le nombre de lignes n (ici `n = 5`) et permettant l'affichage des figures suivantes.

1.
```
*
* *
* * *
* * * *
```

2.
```
. . . .
* . . .
* * . .
* * * .
* * * *
```

3.
```
* * * *
. . . *
. . . *
. . . *
* * * *
```

<u>Indication :</u> On pourra observer le résultat de l'instruction `"*"*3+"."*2` *dans la console.*

Calculer les termes d'une suite. Commençons avec une suite récurrente à 1 pas, c'est-à-dire le terme suivant ne dépend que du terme précédent.

$$u_0 = 1, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+1} = 2u_n + 3.$$

On souhaite créer une fonction qui va retourner la valeur de u_n pour tout $n \in \mathbf{N}$. L'idée est la suivante :

Méthode — Calculer informatiquement le terme u_n d'une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$

- On stocke la valeur initiale de la suite dans une variable $\texttt{u} \leftarrow u_0$.
- On itère la relation de récurrence (en faisant ici `u = 2*u + 3`) autant de fois que nécessaire à l'aide d'une boucle `for` de longueur n. Le plus simple est de faire coïncider l'indice des mathématiques avec celui de la boucle `for`.

Exemple 7 Pour notre suite précédente, cela donnerait :

```python
def suite_U_exemple(n):
    u = 1
    for _ in range(1, n+1):
        u = 2*u + 3
    return u
```

On peut alors tester.

```
>>> suite_U_exemple(3)
29
>>> suite_U_exemple(0)
1
```

À vous de jouer.

Exercice 6 | Suite récurrente à un pas Solution On considère la suite « arithmético-géométrique »[5] définie par :

$$u_0 = 4, \quad \forall n \geq 0, \quad u_{n+1} = 2 - \frac{u_n}{2}.$$

Écrire un programme itératif, *i.e.* faisant appel à une boucle `for`, prenant en argument un entier n et qui calcule u_n.

Pour les récurrences à deux pas, cela se complique très légèrement. Considérons à nouveau un exemple :

$$u_0 = 1,\ u_1 = -1, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n.$$

Méthode Calculer informatiquement le terme u_n d'une suite récurrente $u_{n+2} = f(u_n, u_{n+1})$

- On stocke les premières valeurs de la suite dans deux variables `u` $\leftarrow u_0$, `v` $\leftarrow u_1$.
- On itère la relation de récurrence (en faisant ici `w = 2*v - u`) autant de fois que nécessaire à l'aide d'une boucle `for` de longueur `n`. Le plus simple est de faire coïncider l'indice des mathématiques avec celui de la boucle `for`. On modifie ensuite les variables précédentes `u, v = v, w` : le nouveau `u` est `v`, le nouveau `v` est `w`.

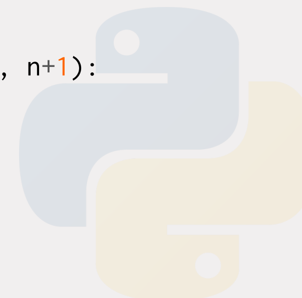
[5] Nous étudierons ces suites dans le cours de Mathématiques

Attention

Il ne faut surtout pas faire quelque chose comme `v = 2*v - u`, puisqu'alors on perdrait l'ancienne valeur de `v` qu'il faudrait mettre dans `v`. La bonne méthode est bien de créer une troisième variable `w`.

Exemple 8 Pour notre suite précédente, cela donnerait :

```python
def suite_U_exemple2(n):
    """
    retourne la valeur de u_n, pour n supérieur à 2 uniquement
    """
    u, v = 1, -1
    for _ in range(2, n+1):
        w = 2*v - u
        u, v = v, w
    return w
```



On peut alors tester.

```
>>> suite_U_exemple2(3)
-5
>>> suite_U_exemple2(4)
-7
```

Exercice 7 | Suite récurrente à deux pas – Suite de Fibonacci Solution On rappelle que la suite de Fibonacci (u_n) est définie par :

$$u_0 = 0, \quad u_1 = 1, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+2} = u_{n+1} + u_n.$$

1. Calculer à la main u_n pour $n \in [\![0, 5]\!]$.

2. Écrire un programme itératif, *i.e.* faisant appel à une boucle `for`, prenant en argument un entier n et qui calcule u_n.
3. Contrôler la valeur obtenue pour u_5.

Exercice 8 | Fonctions mystères Solution Pour chaque fonction ci-après, écrire ce qu'elle renvoie en interprétant son résultat.

```
def mystere_1(N):
    S = 0
    for k in range(1, N+1):
        S += k
    return S
```

```
def mystere_2(N):
    S = 2
    for k in range(3):
        S = S**2
    return S
```

Compter. Python peut également servir à compter des choses au moyen d'une variable, appelée *compteur*, vouée à augmenter de 1 à chaque occurence de comptage. La structure type est donc la suivante.

Comptage

```
def comptage():
    N = 0 # compteur
    for _ in .....:
        if evenement_a_compter:
            N += 1
    return N
```

Exercice 9 | Nombre d'entiers divisibles par 4 Solution Écrire une fonction d'en-tête `compte_divisibles_par_quatre(n)`, `n` étant un entier, retournant le nombre de nombres divisibles par 4 entre 0 et n. *Indication : On rappelle que le symbole % permet de retourner le reste de la division euclidienne..*

Optimiser : trouver le minimum/maximum d'une fonction sur une liste d'entiers. Cet exercice n'est à traiter qu'en fin de TP, s'il reste du temps. Les techniques mises en jeu seront largement revues dans le Chapter ALGO2 sur les listes.

Exercice 10 | Trouver un maximum / minimum Solution Dans cet exercice, on suppose créee une fonction `f` qui prend en argument un entier et renvoie un flottant. On pourra définir pour tout l'exercice :

```
def f(x):
    return x**2
```

puis en tester d'autres à la fin.

1. On commence par essayer de chercher le maximum.
   1.1) Compléter la fonction `maximum` ci-après, prenant en argument un entier $N \in \mathbf{N}$ et retournant la plus grande valeur parmi `f(0), ..., f(N)`.

```
def maxi_f(N):
    """
    N : int -> maximum de f(0), ..., f(N)
    """
    maxi = f(0)
    for k in range(......):
        if .... > maxi :
            maxi = .....
    return maxi
```

   1.2) Dans la fonction précédente, peut-on remplacer le symbole > par >= ?
   1.3) Adapter la fonction précédente, en une fonction `maxi_ind_f`, et retournant en plus du maximum un indice $i \in [\![0, N]\!]$ où $f(i)$ est égal audit maximum.
2. Faire le même travail que dans la première question, mais pour trouver le minimum.

3.2.2. Conditionnelle : boucle `while`

L'arrêt de la boucle dépend ici d'une condition. On se sait pas *a priori* lorsqu'elle va se terminer. Il convient donc de faire attention au fait que cette boucle se termine bien avant de lancer le code python.

Boucle while

```python
while test:
    instructions
```

Exercice 11 | Suite récurrente à 1 pas, le retour. Algorithme de seuil. Solution On reprend l'exercice 6. On admet (en attendant le cours de Mathématiques) que cette suite « converge vers $\frac{4}{3}$ », c'est-à-dire que u_n est aussi proche que l'on veut de $\frac{4}{3}$ pourvu que n soit assez grand. Autrement dit, u_n est une bonne approximation de $\frac{4}{3}$ lorsque n est grand.

Écrire une fonction d'en-tête `cherche_n(eps)` prenant en argument eps un réel strictement positif, et qui retourne le premier entier n de sorte que u_n soit assez proche de $\frac{4}{3}$ au sens suivant :

$$\left|u_n - \frac{4}{3}\right| < \varepsilon.$$

Exercice 12 | Suite de HERON. Algorithme de seuil. Solution Soit $a \in \mathbf{R}^{+\star}$ et (u_n) la suite récurrente définie par :

$$a_0 = a, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+1} = \frac{u_n^2 + a}{2u_n}.$$

On admet (en attendant le cours de Mathématiques) que cette suite « converge vers $\sqrt{a}$ », c'est-à-dire que u_n est aussi proche que l'on veut de $\sqrt{a}$ pourvu que n soit assez grand. Autrement dit, u_n est une bonne approximation de $\sqrt{a}$ lorsque n est grand.

1. Écrire un programme itératif, *i.e.* faisant appel à une boucle `for`, prenant en argument un entier n et qui calcule u_n.
2. Écrire une fonction d'en-tête `heron_approx(a, eps)` prenant en argument a et eps un réel strictement positif, et qui retourne le premier entier n de sorte que u_n soit assez proche de $\sqrt{a}$ au sens suivant :

   $$\left|u_n - \sqrt{a}\right| < \varepsilon.$$

   En combien d'étapes la suite de HERON donne-t-elle une valeur approchée de $\sqrt{167}$ à 10^{-4} près ? à 10^{-8} près ?

Exercice 13 | Suite & Conjecture de SYRACUSE Solution Soit $\mathrm{N} > 0$. On définit alors la suite suivante

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair,} \end{cases} \qquad u_0 = \mathrm{N}.$$

La conjecture de SYRACUSE est la suivante : « pour tout entier $\mathrm{N} > 0$, il existe un indice n tel que $u_n = 1$ ».

1. Créer une fonction d'en-tête `Syracuse(N, n)` et qui retourne la valeur de u_n, pour n un entier positif.
2. On appelle *temps de vol* le plus petit indice n tel que $u_n = 1$. Créer une fonction d'en-tête `temps_vol(N)` et qui retourne le temps de vol de la suite. *On prévoit que si l'on a pas atteint* 1 *en* 10^3 *coups, on retourne* `False`.
3. On appelle *altitude maximale de vol* la plus grande valeur de u_n jusqu'à son temps de vol (c'est-à-dire d'atteinte de 1). Adapter la fonction précédente pour qu'elle retourne en plus l'altitude maximale de vol.

4. SOLUTIONS DES EXERCICES

Solution (exercice 1)

Énoncé

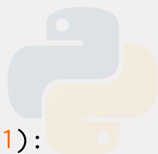
```
def f_1(x):
    if x <= -1:
        return -x
    else:
        return x**2

def f_2(x):
    if x <= -1:
        return -x
    elif -1 < x < 2:
        return x**2
    else:
        return x+2
```

Solution (exercice 2)

Énoncé

```
def facto(n):
    if n == 0:
        return 1
    else:
        P = 1
        for k in range(2, n+1):
            P *= k # multiplication de P par k
        return P
```



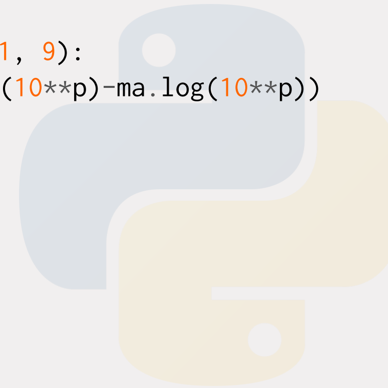
```
>>> facto(1)
1
>>> facto(4)
24
```

Solution (exercice 3)

Énoncé

```
def harmo(n):
    S = 0
    for k in range(1, n+1):
        S += 1/k # multiplication de P par k
    return S

>>> for p in range(1, 9):
...     print(harmo(10**p)-ma.log(10**p))
...
0.6263831609742079
0.5822073316515288
0.5777155815682065
0.5772656640681646
0.5772206648931064
0.5772161649007153
0.5772157148989514
0.5772156699001876
```



On constate que lorsque p grandit, la suite se rapproche d'une certaine valeur. *La valeur en question s'appelle la constante d'EULER, elle sera étudiée dans le cours de Mathématiques en 2ème année.*

Solution (exercice 4)

Énoncé

```
def somme_puissance(p, n):
    S = 0
    for k in range(0, n+1):
        S += k**p
    return S

def verifications_formules(n):
    verif_1 = (somme_puissance(1, n) == n*(n+1)/2)
    verif_2 = (somme_puissance(1, n) == n*(n+1)/2)
    verif_3 = (somme_puissance(1, n) == n*(n+1)/2)
    return verif_1 and verif_2 and verif_3

def verifications():
    for n in range(0, 11):
        if verifications_formules(n) == False:
            return False
    # si on arrive ici, c'est que toutes les formules sont
    ↪  vérifiées
    return True

>>> verifications()
True
```

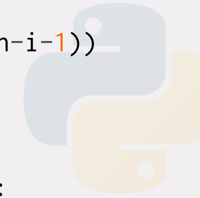
Solution (exercice 5)

Énoncé

```
def dessin_1(n):
    for i in range(n):
        print('*'*i)
```

```
def dessin_2(n):
    for i in range(n):
        print('*'*i+'.'*(n-i-1))

def dessin_3(n):
    print('*'*(n-1))
    for i in range(1,n-1):
        print('.'*(n-2)+'*'*(1))
    print('*'*(n-1))
```



```
>>> dessin_1(5)

*
**
***
****
>>> dessin_2(5)
....
*...
**..
***.
****
>>> dessin_3(5)
****
...*
...*
...*
****
```

Solution (exercice 6)

Énoncé

```python
def suiteU_arithmgeo(n):
    u = 4
    for _ in range(1, n+1):
        u = 2 - u/2
    return u

>>> suiteU_arithmgeo(3)
1.0
```

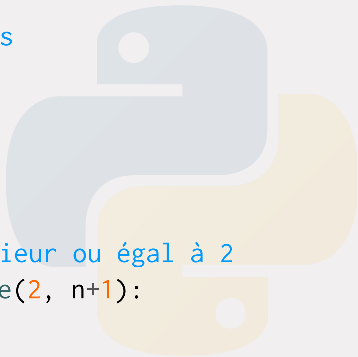
Solution (exercice 7)

Énoncé À la main, on trouve

$$u_0 = 0, \quad u_1 = 1, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2, \quad u_4 = 3, \quad u_5 = 5.$$

```python
def fib(n):
    """
    retourne la valeur de u_n
    """
    u, v = 0, 1
    # Cas particuliers
    if n == 0:
        return u
    elif n == 1:
        return v
    else:
        # cas n supérieur ou égal à 2
        for _ in range(2, n+1):
            w = u+v
            u, v = v, w
        return w

>>> fib(2)
1
```



```python
>>> fib(3)
2
>>> fib(4)
3
>>> fib(5)
5
>>> fib(1)
1
>>> fib(0)
0
```

Solution (exercice 8)

Énoncé La première fonction calcule $\boxed{S_N = 1 + \cdots + N}$ donc $\dfrac{N(N+1)}{2}$ d'après le cours de Mathématiques. Dans la seconde on élève au carré la variable S à chaque étape, donc S prend successivement les valeurs $2, 4, 16, 16^2 = \boxed{256}$.

Solution (exercice 9)

Énoncé

```python
def compte_divisibles_par_quatre(n):
    N = 0
    for i in range(n+1):
        if i % 4 == 0:
            N += 1
    return N

>>> compte_divisibles_par_quatre(10)
3
```

Solution (exercice 10)

Énoncé

```python
def f(x):
    return x**2

def maxi_f(N):
    """
    N : int -> maximum de f(0), ..., f(N)
    """
    maxi = f(0)
    for k in range(N+1):
        if f(k) > maxi :
            maxi = f(k)
    return maxi
```

Dans la fonction précédente, il est possible de remplacer le symbole > par >=. En effet, cela ne changera pas la valeur du maximum, en revanche, cela changera la valeur de l'indice trouvé dans la question qui suit.

```python
def maxi_ind_f(N):
    """
    N : int -> maximum de f(0), ..., f(N), et un indice en lequel
    ↪ il est atteint
    """
    maxi = f(0)
    ind = 0
    for k in range(N+1):
        if f(k) > maxi :
            maxi = f(k)
            ind = k
    return maxi, ind

def mini_ind_f(N):
    """
    N : int -> maximum de f(0), ..., f(N), et un indice en lequel
    ↪ il est atteint
    """
    mini = f(0)
    ind = 0
    for k in range(N+1):
        if f(k) < mini :
            mini = f(k)
            ind = k
    return mini, ind
```

Pour le minimum c'est exactement la même fonction, il suffit de changer le symbole > en <. Sur la fonction carré, croissante sur $\mathbf{R}^+$, on trouve les résultats ci-après.

```python
>>> maxi_ind_f(10)
(100, 10)
>>> mini_ind_f(10)
(0, 0)
```

Solution (exercice 11)

Énoncé

```python
def suiteU_arithmgeo_seuil(eps):
    u = 4
    n = 0
    while abs(u-4/3) >= eps:
        u = 2 - u/2
        n += 1
    return n
```

```
>>> suiteU_arithmgeo_seuil(10**(-3))
12
```

Solution (exercice 12)

Énoncé

```
def suiteU_Heron(n, a):
    u = a
    for _ in range(1, n+1):
        u = (u**2+a)/(2*u)
    return u

>>> suiteU_Heron(10**2, 2)
1.414213562373095
>>> ma.sqrt(2)
1.4142135623730951

def heron_approx(a, eps):
    u = a
    n = 0
    while abs(u-ma.sqrt(a)) >= eps:
        u = (u**2+a)/(2*u)
        n += 1
    return n

>>> heron_approx(167, 10**(-4))
7
>>> heron_approx(167, 10**(-8))
8
```

Solution (exercice 13)

Énoncé

```
def syracuse(N, n):
    """
    retourne la liste des n premiers termes de syracuse
    """
    u = N
    for _ in range(1, n+1):
        if u % 2 == 0:
            u = u/2
        else:
            u = 3*u+1
    return u

>>> N = 10
>>> syracuse(N, 2)
16.0
>>> syracuse(N, 10)
4.0
```

Ensuite, on peut s'occuper du temps de vol.

```
def temps_vol(N):
    """
    retourne le temps du vol au-dessus de 1 de Syracuse
    """
    temps_vol = 0
    n = 0
    while syracuse(N, temps_vol) != 1:
        temps_vol += 1
    return temps_vol

def altitude_temps_vol(N):
```

```python
    """
    retourne le temps du vol au-dessus de 1 de Syracuse
    """
    temps_vol = 0
    altitude_max = syracuse(N, temps_vol)
    n = 0
    while syracuse(N, temps_vol) != 1:
        temps_vol += 1
        valeur = syracuse(N, temps_vol)
        if valeur > altitude_max:
            altitude_max = valeur
    return temps_vol, altitude_max
```

Cette fonction n'est pas optimale puisqu'il est inutile de recalculer tous les termes de la liste à chaque fois.

```python
>>> altitude_temps_vol(10)
(6, 16.0)
```