Chapitre ANN.20.

Annexe – Questions de cours posées au concours Agro—Véto

Cette liste n'est pas exhaustive et est vouée à être modifiée à chaque session ; elle sera ainsi complétée après chaque rapport publié par le SCAV.

Question	Réponse ou Réponse du chapitre	Commentaire

1. ALGÈBRE

Question	Réponse ou Réponse du chapitre	Commentaire
Applications, Nombres complexes, Trigonométrie, Polynômes		
SUP Définition du module d'un nombre complexe	Chapter ALG.1 $\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$ si $z = x + \mathrm{i}\,y$ avec $(x,y) \in \mathbf{R}^2$	Connaitre également l'interprétation géométrique
SUP Pour $\theta \in \mathbf{R}$, exprimer $\cos(2\theta)$, $\sin(2\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$		
SUP Pour $\theta \in \mathbf{R}$, exprimer $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$		
SUP Somme et produit des racines d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec $(a,b,c) \in \mathbf{R}^3$, $a \neq 0$	Chapter ALG.2 Notant x_1, x_2 les deux racines, $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$	à retrouver rapidement si besoin à l'aide des formules $\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
SUP Qu'appelle-t-on racine d'un polynôme ?	Chapter ALG.2 un $\lambda \in \mathbf{K}$ (donc $\mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$) tel que $\mathrm{P}(\lambda) = 0$	
SUP Qu'appelle-t-on ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme ?	Chapter ALG.2 Le $m \in \mathbf{N}$ maximal tel que $(\mathrm{X}-\lambda)^m \mid \mathrm{P}$ mais $(\mathrm{X}-\lambda)^{m+1} \nmid \mathrm{P}$	Ici on attend la **définition**, ne pas confondre avec la **caractérisation** à l'aide du polynôme dérivé
SUP Pour $n \in \mathbf{N}$, et $k \in \mathbf{N}$, que vaut la dérivée k-ième du polynôme X^n ?	Chapter ALG.2 $(\mathrm{X}^n)^{(k)} = n(n-1)\dots(n-k+1)\mathrm{X}^{n-k}$ si $k \leqslant n$ et 0 si $k > n$	Ne pas oublier le cas particulier

SUP Définition d'une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ injective	Pour tout $x, x' \in \mathrm{E}$, $f(x) = f(x') \implies x = x'$	Ne surtout pas parler de noyau, on ne vous dit pas que f est linéaire
SUP Définition d'une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ surjective	Pour tout $y \in \mathrm{F}$, il existe $x \in \mathrm{E}$ tel que $f(x) = y$	Ne surtout pas parler de rang, on ne vous dit pas que f est linéaire
SUP Pour une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ bijective, définition de f^{-1}	L'unique application $f^{-1} : \mathrm{F} \longrightarrow \mathrm{E}$ vérifiant $f \circ f^{-1} = \mathrm{Id}_\mathrm{F}, f^{-1} \circ f = \mathrm{Id}_\mathrm{E}$	

ALGÈBRE LINÉAIRE		
Donner la définition d'une base d'un espace vectoriel	Chapter ALG.3, *i.e.* donner la définition d'une famille libre et d'une famille génératrice finie	Attention aux quantificateurs !
Définition d'une famille libre $(u_1, \ldots, u_n)$ de vecteurs dans un espace vectoriel E	Chapter ALG.3	Attention aux quantificateurs !
Définition d'une famille génératrice dans un espace vectoriel E	Chapter ALG.3	Attention aux quantificateurs !
Donner la définition d'une base d'un espace vectoriel	Chapter ALG.3 (*i.e.* donner la définition d'une famille libre et d'une famille génératrice finie)	Attention aux quantificateurs !
Donner la définition d'un endomorphisme d'un espace vectoriel E	Chapter ALG.3 Pour tous $\lambda, \mu \in \mathbf{K}$ et $x, y \in \mathrm{E}$, $f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y)$.	
Définition du noyau d'une application linéaire $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$	Chapter ALG.3, $\mathrm{Ker} f = \{x \in \mathrm{E}, f(x) = 0_\mathrm{F}\}$. C'est un sous-espace vectoriel de E (l'ensemble de départ)	Savoir que $\mathrm{Ker} f = \{0_\mathrm{E}\}$ caractérise l'injectivité mais uniquement pour les applications **linéaires**
Énoncer le théorème du rang pour une application linéaire $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$	Chapter ALG.3	Ne pas oublier **l'hypothèse** $\dim \mathrm{E}$ **finie**, et ne pas mélanger ensemble de départ et d'arrivée
Condition nécessaire et suffisante pour qu'une application linéaire soit injective	Chapter ALG.3 Noyau réduit à zéro	Ici f est linéaire, mais ne surtout pas dire que c'est équivalent à la surjectivité (pas d'hypothèse de dimension finie)
Formule de changement de base pour les vecteurs	Chapter ALG.3 (de la forme « $\mathrm{Y} = \mathrm{PX}$ »)	Ne pas confondre avec celle pour les matrices/applications linéaires de la forme « $\mathrm{Y} = \mathrm{P}^{-1}\mathrm{XP}$ »
SUP Inversibilité d'une matrice carrée 2×2	Chapter ALG.4 (condition de déterminant non nul (par exemple) et expression de l'inverse)	Connaitre aussi la définition : il existe N de même format que M telle que $\mathrm{MN} = \mathrm{NM} = \mathrm{I}_2$

SUP Définition d'une matrice carrée inversible	Chapter ALG.5	Ici on attend clairement la définition générale : il existe N de même format que M telle que $MN = NM = I_n$
Matrices semblables : définition	Chapter ALG.4	Si A, B sont deux matrices, il existe P inversible telle que $A = PBP^{-1}$
Donner la définition d'une valeur propre et d'un vecteur propre pour un endomorphisme f d'un espace vectoriel E de dimension finie	Chapter ALG.5	**Ne pas oublier la condition** $x \neq 0_E$ dans la définition de vecteur propre
Donner la définition d'une valeur propre ainsi que d'un sous-espace propre pour une matrice $\mathfrak{M}_{3,2}(\mathbf{R})$	Chapter ALG.5	**Ne pas oublier la condition** $X \neq 0_{\mathfrak{M}_{n,1}(\mathbf{K})}$ dans la définition de vecteur propre
Soit u, un endomorphisme de $\mathbf{R}^n$. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que u soit diagonalisable	Chapter ALG.5 n valeurs propres distinctes (condition suffisante), la somme des dimensions des espaces propres est égale à n (condition nécessaire et suffisante)	
Énoncer une condition suffisante et non nécessaire pour qu'une matrice soit diagonalisable, puis une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit diagonalisable	Chapter ALG.5 n valeurs propres distinctes (condition suffisante), la somme des dimensions des espaces propres est égale à n (condition nécessaire et suffisante)	
Donner deux conditions suffisantes et non nécéssaires de diagonalisabilité d'une matrice carrée réelle.	Chapter ALG.5 n valeurs propres distinctes (condition suffisante 1), Diagonale (condition suffisante 2, mais il y a beaucoup d'autres possibilités)	

Algèbre bilinéaire

Donner la définition du produit scalaire de deux vecteurs $(x_1, \dots, x_n)$ et $(y_1, \dots, y_n)$ de $\mathbf{R}^n$	Chapter ALG.6	
Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz	Chapter ALG.6 pour tout $x, y \in \mathbf{R}^n$, $\left\|\langle x \| y\rangle\right\| \leqslant \\|x\\| \\|y\\|$	Ne pas oublier les valeurs absolues
Définition d'une base orthonormale de $\mathbf{R}^n$	Chapter ALG.6	Bien penser aux deux conditions : orthogonalité **ET** norme un pour chaque vecteur

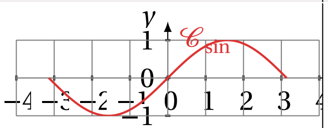
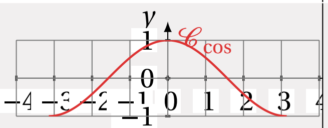
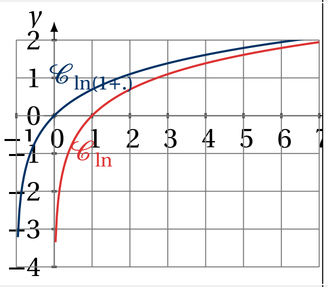
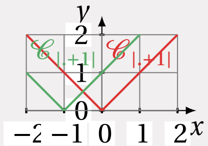
Énoncer le théorème de PYTHAGORE dans $\mathbf{R}^n$	Chapter ALG.6 pour tout $x, y \in \mathbf{R}^n$, $\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$ si $x \perp y$	Ne pas oublier l'hypothèse d'orthogonalité et les carrés sur les normes
Définition de la distance d'un vecteur x de $\mathbf{R}^n$ à un sous-espace vectoriel F de $\mathbf{R}^n$	Chapter ALG.6 $d(x, F) = \min_{y \in F} \|x-y\|$ ou $\left(= \|x - p_F(x)\|\right)$	La question est un peu vague, mais sans renseignement supplémentaire on attend donc plutôt la définition (que la partie entre parenthèses)

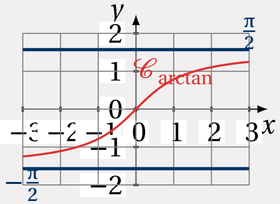
2. GÉOMÉTRIE

SUP Donner une représentation paramétrique de la droite de l'espace passant par le point A de coordonnées (x_A, y_A, z_A) et dirigée par le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées (a, b, c)	Un point $M(x, y, z)$ est sur ladite droite si et seulement si il existe $\lambda \in \mathbf{R}$ tel que $\overrightarrow{AM} = \lambda \vec{u}$, on déduit la représentation paramétrique $x(\lambda) = x_A + \lambda a, y(\lambda) = y_A + \lambda b, z(\lambda) = z_A + \lambda c$.	
SUP Équation cartésienne d'un plan de $\mathbf{R}^3$ normal au vecteur $u = (1, 2, -1)$	Le plan est d'après le cours de la forme $x + 2y - z + d = 0$ avec $d \in \mathbf{R}$	Si une condition de passage en un point avait été donnée, nous aurions eu une unique constante d, à trouver en injectant les coordonnées du point

3. ANALYSE

FONCTIONNELLE		
SUP Si $\alpha \in \mathbf{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\alpha)$ en $x \in \mathbf{R}$	$x = \pm\alpha + 2k\pi$ pour $k \in \mathbf{Z}$	Faire un dessin de cercle trigonométrique pour le retrouver (et l'expliquer se besoin)
SUP Si $\alpha \in \mathbf{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(\alpha)$ en $x \in \mathbf{R}$	$x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$ pour $k \in \mathbf{Z}$	Faire un dessin de cercle trigonométrique pour le retrouver (et l'expliquer se besoin)
SUP Si $\alpha \in \mathbf{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\tan(x) = \tan(\alpha)$ en $x \in \mathbf{R} \backslash \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$	$x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi + \alpha + 2k\pi$ pour $k \in \mathbf{Z}$ pour $k \in \mathbf{Z}$	
SUP Donner la définition de la partie entière d'un réel x	Chapter ANA.7 Soit $x \in \mathbf{R}$, c'est l'unique entier $n \in \mathbf{Z}$ vérifiant $n \leqslant x < n+1$	Attention aux inégalités strictes et larges : on ne les met pas au hasard. Il est important aussi de connaître le graphe (et de mentionner les points d'ouverture/fermeture de la courbe).
SUP Minorant et minimum d'une partie non vide de $\mathbf{R}$.	Si $A \subset \mathbf{R}$, un minorant m de A vérifie $\forall a \in A, a \geqslant m$, un minimum est un minorant appartenant à la partie	Savoir aussi que le plus grand minorant est ce que l'on appelle la borne inférieure de A notée $\inf A$

SUP Si f est la fonction définie sur $]0,1[$ par : $f(x)=\sqrt{1-x}$ sur l'intervalle $]0,1[$, déterminer l'expression de sa dérivée sur $]0,1[$	Chapter ANA.7 Soit $x\in]0,1[$, $f'(x)=\frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$	Eh oui, certaines questions sont très simples
SUP Allure de la représentation graphique de la fonction sin sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$		
SUP Allure de la représentation graphique de la fonction cos sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$		
SUP Allure des représentations graphiques des fonctions $x\longmapsto\ln(x)$ et $x\longmapsto\ln(1+x)$		
SUP Allure des représentations graphiques des fonctions $x\longmapsto\lvert x\rvert$ et $x\longmapsto\lvert x+1\rvert$		

SUP Rappeler les deux expressions de la dérivée de la fonction tan	$\tan'=1+\tan^2=\frac{1}{\cos^2}$	Savoir aussi qu'elle est dérivable sur son semble de définition
SUP Allure de la représentation graphique de la fonction arctan en précisant ses asymptotes en $\pm\infty$		Savoir aussi justifier l'existence à l'aide du théorème de la bijection, bien dire qu'il est nécessaire de restreindre tan à $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.
SUP Si f est une fonction définie sur un intervalle I, et si $a\in$ I, définition de la continuité de f en a	Chapter ANA.7	
SUP Dérivée d'une composée $f\circ g$	Chapter ANA.7	
SUP Donner la formule de TAYLOR-YOUNG	Chapter ANA.7	Ne pas oublier l'hypothèse de classe $\mathscr{C}^n$
SUP Définition de la négligeabilité d'une fonction par rapport à une autre au voisinage de ∞	Chapter ANA.7 Soient deux fonctions f,g définies au voisinage de a, et telle que g ne s'annule pas au voisine de a, $f(x)\underset{x\to a}{=}o(g(x))$ signifie $\lim\limits_{x\longrightarrow a}\frac{f(x)}{g(x)}=0$	
SUP Développement limité à l'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction sinus	Chapter ANA.7 $\sin x\underset{x\to 0}{=}x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}o(x^5)$	Vérifier à l'aide de la parité

SUP Développement limité d'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction cosinus	Chapter ANA.7 $\cos x \underset{x\to 0}{=} 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}\mathrm{o}(x^5)$	Vérifier à l'aide de la parité
SUP Donner le développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 4 de la fonction $x \longmapsto \frac{x}{1+x}$	Chapter ANA.7 $\frac{x}{1+x} \underset{x\to 0}{=} x\left(1-x+x^2-x^3+\mathrm{o}(x^3)\right) = x-x^2+x^3-x^4+\mathrm{o}(x^4)$	Vérifier à l'aide de la parité
SUP Développement limité à l'ordre 4 de $x \longmapsto \ln(1+x)$ lorsque x est au voisinage de 0	Chapter ANA.7 $\ln(1+x) \underset{x\to 0}{=} x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\mathrm{o}(x^4)$	
SUP Définition de la dérivée d'une fonction f en un point a	Chapter ANA.7 $\lim\limits_{x\longrightarrow a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et est finie	Savoir expliquer géométriquement ce que cela signifie
SUP Énoncer le théorème de ROLLE	Chapter ANA.7	Ne pas oublier les hypothèses précises : continue sur le **segment**, dérivable sur l'intervalle **ouvert**
SUP Rappeler la formule des accroissements finis	Chapter ANA.7	Ne pas oublier les hypothèses précises : continue sur le **segment**, dérivable sur l'intervalle **ouvert**
SUP Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y'+a(t)y=0$?	Chapter ANA.9 $\left\{x \longmapsto C\mathrm{e}^{-A(x)},\ C\in\mathbf{R}\right\}$ où A est une primitive de a	Dire également que A existe dès que a est continue, bien mentionner un **ensemble** de solutions (donc avec des accolades).
SUP Soit $(a,b)\in\mathbf{R}^2$. Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle : $y''+ay'+by=0$	Chapter ANA.9 (Considérer l'équation caractéristique $x^2+ax+b=0$, distinguer les cas $\Delta=a^2-4b$ positif, nul ou négatif)	Montrer simplement que vous connaissez le résultat (donner des noms génériques pour les racines réels ou complexes)
SUP Si f est la fonction définie sur $]0,1[$ par : $f(x)=\sqrt{1-x}$ sur l'intervalle $]0,1[$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur $]0,1[$	$\sqrt{1-x}=(1-x)^{1/2}$ se primitive en $x \longmapsto -\frac{(1-x)^{3/2}}{3/2} = -\frac{2}{3}(1-x)^{3/2}$	Se ramener à des fonctions puissances permet de ne retenir qu'une seule formule de primitivation/dérivation
SUP Donner la dérivée et une primitive de $t \longmapsto \frac{1}{t^3}$ sur $\left]0,+\infty\right[$		Se ramener à des fonctions puissances $\frac{1}{t^3}=t^{-3}$ permet de ne retenir qu'une seule formule de primitivation/dérivation

SUP Si $\alpha \in \mathbf{R}$, déterminer l'expression d'une primitive de $x \longmapsto \frac{1}{x^\alpha}$ sur $\mathbf{R}^{+\star}$	Chapter ANA.7 $\frac{1}{x^\alpha} = x^{-\alpha}$ se primitive en $\frac{x^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} = \frac{1}{1-\alpha} x^{1-\alpha}$ si $\alpha \neq 1$. Si $\alpha = 1$, alors $x \longmapsto \ln\lvert x\rvert$ est une primitive	Ne pas oublier de cas particulier sur α, et la valeur absolue dans le cas particulier
SUP Énoncer le théorème d'intégration par parties sur une intégrale	Chapter ANA.11	Ne pas oublier les hypothèses $\mathscr{C}^1$, aussi importantes que la formule
Donner la définition de la convergence d'une intégrale généralisée sur l'intervalle $[a, \infty[$, *i.e.* définition de $\displaystyle\int_a^\infty d(t)\,\mathrm{d}t$ avec f une fonction continue	Chapter ANA.11 Convergence vers une limite finie de $x \longmapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ lorsque $x \longrightarrow \infty$	On note alors $\displaystyle\int_a^\infty f(t)\,\mathrm{d}t$ la valeur de la limite
SUP Définition et convergence de la somme de Riemann d'une fonction f continue sur $[0,1]$	$S_n(f) = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(0 + \frac{k(1-0)}{n}\right) \xrightarrow{n\longrightarrow\infty} \displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$	Bien mentionner que f est continue si ce n'est pas précisé. S'aider d'un dessin en cas de besoin. La somme converge encore avec pour bornes 1 et n.
Dérivation d'une fonction de la forme $f(x(t), y(t))$, la fonction f étant de classe $\mathscr{C}^1$ et les fonctions x et y étant dérivables	Chapter ANA.8 $\frac{\mathrm{d}(f(x(t),y(t)))}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}(x(t), y(t))x'(t) + \frac{\partial f}{\partial y}(x(t), y(t))y'(t)$	Attention au fait que x, y n'ont qu'une seule variable, donc on attend la « première » formule de la chaîne du cours
Définition d'un point critique pour une fonction de deux variables	Chapter ANA.8 On suppose que la fonction admet des dérivées partielles, un point critique $c \in \mathbf{R}^n$ est un point tel que $\operatorname{grad} f(c) = 0$, équivalent à l'annulation de toutes les dérivées partielles en c	Supposer que la fonction admet des dérivées partielles

SUITES & SÉRIES

SUP Donner la définition de $u_n \xrightarrow{n\longrightarrow\infty} \ell$	Chapter ANA.9 $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbf{N}, \forall n \geqslant n_0, \lvert u_n - \ell\rvert < \varepsilon$	Attention aux quantificateurs
SUP Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes	Définition : deux suites de monotonie différente dont la différence tend vers zéro. Théorème : les deux suites convergent vers la même limite	Attention au mélange entre les deux !
Pour $\lvert q\rvert < 1$, donner l'expression des sommes suivantes : $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} nq^{n-1}$ et $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)q^{n-2}$	Chapter ANA.10 $\frac{1}{(1-q)^2}, \frac{2}{(1-q)^3}$	Pour rappel il s'agit de $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}\left(\frac{1}{1-q}\right), \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}q^2}\left(\frac{1}{1-q}\right)$, les formules se retiennent donc facilement

4. DÉNOMBREMENT, PROBABILITÉS & STATISTIQUES

DÉNOMBREMENT

SUP Pour n et k entiers naturels, donner l'expression du coefficient binomial $\binom{n}{k}$		Ne pas oublier les conventions.
SUP Formule de PASCAL sur les coefficients binomiaux		

PROBABILITÉS

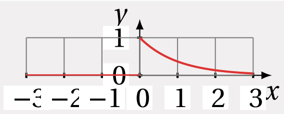
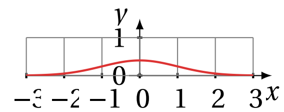
SUP Énoncer la formule de BAYES	Chapter ALEA.12	Ne pas oublier l'hypothèse de système complet d'évènements
Définition d'un système complet d'événements	Chapter ALEA.12	On attend une version générale : en 2A les système complet d'évènements ont un nombre infini de parties
Énoncer la formule des probabilités totales	Chapter ALEA.12	Ne pas oublier l'hypothèse système complet d'évènements. Préciser aussi que les termes $\mathbf{P}(A\mid A_i)\,\mathbf{P}(A_i)$ sont **par convention** égaux à zéro lorsque l'un des A_i est de probabilité nulle
SUP Énoncer la formule des probabilités composées	Chapter ALEA.12	Ne pas oublier l'hypothèse de non-négligeabilité de l'intersection de plus grande longueur
SUP Définition de la notion d'indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements	Chapter ALEA.12 Si $(A_1,\dots,A_n)$ est une famille de n évènements, l'indépendance mutuelle signifie que toute sous-famille $A_{i_1},\dots,A_{i_p}$ on a $\mathbf{P}\left(A_{i_1}\cap\dots\cap A_{i_p}\right)=\mathbf{P}\left(A_{i_1}\right)\times\cdots\times\mathbf{P}\left(A_{i_p}\right)$	Attention ce n'est pas uniquement $\mathbf{P}\left(A_1\cap\dots\cap A_p\right)=\mathbf{P}(A_1)\times\cdots\times\mathbf{P}\left(A_p\right)$

VARIABLES ET VECTEURS ALÉATOIRES

Donner la définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Donner son tableau de variations	Chapter ALEA.13 $F_X : t\in\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{P}(X\leqslant t)$, c'est une fonction croissante, $\lim\limits_{t\longrightarrow-\infty}F_X(t)=0$, $\lim\limits_{t\longrightarrow\infty}F_X(t)=1$	On demande ici une allure générale du tableau, mentionnez également les limites en $\pm\infty$
Si X est une variable aléatoire admettant une espérance et une variance, et si a et b sont deux réels, rappeler l'espérance et la variance de la variable aléatoire $aX+b$	Chapters ALEA.13 et ALEA.14 et	peu importe si elles sont discrètes ou à densité, on a $\mathbf{E}(aX+b)=a\mathbf{E}(X)+b$, $\mathbf{Var}(aX+b)=a^2\mathbf{Var}(X)$ sous hypothèse d'existence d'espérance et variance

Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle discrète	Chapter ALEA.13	L'hypothèse clef est la convergence absolue, qui garantit que l'ordre des termes du support n'a aucune importance dans la somme obtenue
Définition de la variance d'une variable aléatoire discrète admettant un moment d'ordre 2	$\mathbf{Var}(X) = \mathbf{E}\left((X - \mathbf{E}(X))^2\right)$ si X admet un moment d'ordre deux	Il faut être prêt à donner la version sous forme de série (application du théorème de transfert si l'examinateur le demande). Possibilité de donner aussi aussi la version KÖNIG-HUYGENS $\mathbf{Var}(X) = \mathbf{E}\left(X^2\right) - \mathbf{E}(X)^2$
Variance de la différence de deux variables aléatoires. Cas particulier où les deux variables sont indépendantes	ALEA.13 Soient X, Y deux telles variables, $\mathbf{Var}(X - Y) = \mathbf{Var}(X) + \mathbf{Var}(-Y) = \mathbf{Var}(X) + (-1)^2\mathbf{Var}(Y) = \mathbf{Var}(X) + \mathbf{Var}(Y)$, à la première égalité nous avons utilisé l'indépendance de X et $-Y$	La variance n'est pas linéaire
Définition de l'espérance d'une variable aléatoire X discrète à valeurs dans $\mathbf{N}$	Chapter ALEA.16	Ne pas oublier l'hypothèse de convergence absolue (qui garantit que la valeur de la somme ne dépend pas de l'énumération des éléments du support)
SUP Rappeler la valeur de $\mathbf{P}(X = k)$ si X suit une loi hypergéométrique	Chapter ALEA.13	Pour retrouver rapidement l'expression, et le support, bien mémoriser l'interprétation de la loi hypergéométrique en terme de tirages sans remise dans une urne
Quand dit-on qu'une variable aléatoire suit la loi géométrique de paramètre p ? Quelles sont alors son espérance et sa variance ?	Chapter ALEA.16	Rappeler la définition de la loi (y compris le **<u>support</u>** $X(\Omega)$), l'interprétation en terme d'expérience aléatoire (temps d'attente de succès dans une répétition indépendante de schémas de BERNOULLI), puis espérance/variance
Soit X une variable suivant la loi géométrique de paramètre $\frac{1}{3}$. Donner espérance et variance	Chapter ALEA.13	
Soit X une variable suivant la loi de POISSON de paramètre $\lambda > 0$. Expliciter la loi de X, et donner son espérance et sa variance	Chapter ALEA.13	**<u>Ne pas oublier de préciser</u>** <u>$X(\Omega)$</u>

Comment déterminer les lois marginales d'un couple (X, Y) de variables aléatoires réelles discrètes si on connaît la loi conjointe ?	Chapter ALEA.15 On attend $\mathbf{P}(X = x) = \sum_{z \in Y(\Omega)} \mathbf{P}(X = x, Y = z)$ et $\mathbf{P}(Y = y) = \sum_{z \in Y(\Omega)} \mathbf{P}(X = z, Y = y)$ d'après la formule des probabilités totales, pour tous $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$	Savoir le rejustifier dans la pratique.
Formule de l'espérance de $Z = u(X, Y)$ où X et Y sont des variables aléatoires discrètes à valeurs dans $[\![1\,,\,n]\!]$ et u une fonction de $\mathbf{R}^2$ dans $\mathbf{R}$	Chapter ALEA.15 $\sum_{k=1}^{n} \sum_{\ell=1}^{n} u(k, \ell) \mathbf{P}(X = k,$ — ou d'abord une somme en ℓ puis en k	Ici on suppose que le support est fini, la somme double associée est donc finie (nécessairement convergente)
Énoncer la définition de l'indépendance de deux variables aléatoires réelles discrètes	Chapter ALEA.13	
Définition de la covariance de deux variables aléatoires réelles discrètes	Chapter ALEA.15 Soient X, Y deux variables aléatoires discrètes possédant un moment d'ordre deux, on pose $\mathbf{Cov}(X, Y) = \mathbf{E}((X - \mathbf{E}(X))(Y - \mathbf{E}(Y)))$	La covariance de X et Y existe si X et Y ont chacune un moment d'ordre deux, vous pouvez aussi donner la version König-Huygens : $\mathbf{E}(XY) - \mathbf{E}(X)\,\mathbf{E}(Y)$
Lien(s) entre l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes et leur covariance	Chapter ALEA.15 L'indépendance implique la non-corrélation (covariance nulle)	Attention à ne pas s'emmêler les pinceaux, la réciproque est fausse (voir cours).

À quelle(s) condition(s) sur sa fonction de répartition une variable aléatoire X admet-elle une densité de probabilité ? Comment détermine-t-on alors une densité de X ?	Chapter ALEA.14 On calculer la fonction de répartition F_X, on vérifie qu'elle est continue et de classe $\mathscr{C}^1$ sauf en un nombre fini de points	Attention à ne pas confondre avec la définition de densité (qui requiert de la continuité sauf en un nombre fini de points)
Définition de l'espérance d'une variable aléatoire X admettant une densité f continue sur $\mathbf{R}$	Chapter ALEA.14	Ne pas oublier l'hypothèse de convergence absolue de l'intégrale
Fonction de répartition de l'uniforme sur $[-\pi, \pi]$	Chapter ALEA.14	Attention à ne pas oublier les indicatrices $\mathbb{1}_{[-\pi,\pi]}$
Densité d'une loi exponentielle de paramètre λ	Chapter ALEA.14	Attention à ne pas oublier les indicatrices $\mathbb{1}_{\mathbf{R}^+}$
Allure de la représentation graphique d'une densité de la loi exponentielle de paramètre 1		Se tenir prêt à rappeler la densité si l'examinateur vous le demande (et l'espérance/variance)
Allure de la représentation graphique d'une densité de la loi normale d'espérance 1 et de variance 1		Se tenir prêt à rappeler la densité si l'examinateur vous le demande (et l'espérance/variance)