

Conseils & Consignes pour les épreuves Écrites & Orales

Conseils pratiques pour la bonne¹ rédaction des Mathématiques et de l'Informatique en concours.

On rappelle les «commandements» déjà énoncés dans le cours de Mathématiques.

Les 12 commandements du cours de Mathématiques (et des devoirs associés)

- 1 — Tu n'oublieras jamais les liens logiques entre les lignes.
- 2 — Tu ne diviseras jamais sans t'assurer que ce n'est pas par zéro.
- 3 — Tu placeras bien les parenthèses et les barres de fractions dans tes calculs.
- 4 — Tu ne multiplieras pas une inégalité par un nombre dont tu ne connais pas le signe.
- 5 — Tu ne compareras jamais deux complexes.
- 6 — Tu n'écriras jamais de logarithme d'un nombre complexe.
- 7 — Tu ne confondras jamais f et $f(x)$, (u_n) et u_n . En revanche, en BPCST, tu pourras confondre P et $x \mapsto P(x)$ si P est un polynôme.
- 8 — Tu n'écriras jamais de probabilités strictement négatives ou strictement supérieures à 1.
- 9 — Tu n'appliqueras jamais de formule des probabilités totales sans préciser de système complet d'évènements.
- 10 — Tu n'écriras jamais de nouvelle variable sans l'avoir introduite au préalable (même si ce sont celles de ton cours!).
- 11 — Tu ne parleras pas des variables muettes comme des autres.

¹Bien sûr, cela reste subjectif, mais ce sont des impressions issues des longues heures de corrections de copies de concours à mon actif...

- 12 — Tu écriras des phrases complètes et sensées.
- 13 — Tu utiliseras une écriture lisible.
- 14 — Tu répondras à la question et tu encadreras le résultat final.

1. CONCERNANT LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCRIT

Le début de votre copie est important : si elle présente des points positifs, vous mettez le correcteur en confiance pour le reste de l'épreuve et serez évalué avec *bienveillance*. Attention, je ne dis pas ici que l'on peut faire n'importe quoi dans la suite mais il faut donc entre autres éviter impérativement en début de copie :

- ▶ les tentatives d'escroquerie,
- ▶ les ratures et tâches d'effaceur,
- ▶ les calculs inachevés,
- ▶ les questions inachevées,
- ▶

1.1. Le brouillon

Le brouillon sert à chercher des solutions, à effectuer des calculs délicats, ce qui permet d'éviter les ratures. Rédiger un devoir ne consiste pas à recopier un brouillon, mais à le repenser pour obtenir la solution la plus brève possible.

1.2. La présentation

- ▶ Les textes des questions ne sont pas recopiés mais les numéros oui et avec un fort contraste avec le reste; cela évitera de perdre le correcteur et ainsi d'éviter tout oubli de points si le correcteur ne voit pas le début d'une nouvelle question. Quelque chose du type **2.1** est beaucoup plus voyant qu'un «2.1» perdu en milieu de texte. Utilisez des feutres pour clairement les faire apparaître.
- ▶ Les résultats doivent être encadrés et mis en évidence, comme déjà précisé dans les commandements.
- ▶ L'articulation des démonstrations (donc, or, si, alors, ...) doit être mise en évidence elle aussi, les hypothèses, les conclusions et surtout le type de démonstration (récurrence, absurde, contraposée, analyse/synthèse, double inclusion pour l'égalité de deux ensembles, *etc.*).
- ▶ L'usage des produits blancs et effaceurs doit rester exceptionnel.

1.3. La rédaction

- ▶ Les phrases seront courtes, grammaticalement correctes, et dans la mesure du possible sans fotes d'ortographe.
- ▶ On n'emploiera pas les symboles mathématiques comme des abréviations et on les évitera en général; notamment pas de «hyp», «ccl» *etc.*
- ▶ Attention aux non-sens Mathématiques; en 2^{ème} année de CPGE, les phrases du type «la fonction $f(x)$ est» ne sont plus autorisées!
- ▶ On ne mélangera pas les quantificateurs avec le reste du texte. Notamment «on voit que $\forall x$, la fonction f est».
Une rédaction correcte est par exemple : «la fonction f vérifie : $\forall x \in \dots, \dots$ ».
- ▶ Les formules du genre «on voit bien que», «il est évident que», *etc.* sont à proscrire; ceci démontre généralement l'incapacité du candidat à effectuer ladite preuve.
- ▶ S'interroger : se poser les questions suivantes. Les calculs ne sont-ils pas exagérément longs? la méthode utilisée est-elle judicieuse? les résultats sont-ils cohérents? cohérents avec le texte? Ne pas hésiter à ajouter des remarques si vous détectez des incohérences, votre regard critique sur ce que vous faites sera apprécié.

- ▶ L'utilisation excessive des symboles \iff , \implies ou \Rightarrow est à éviter, de-même qu'on ne les mélange pas avec des Mathématiques. Je rappelle qu'il est important de ne pas confondre \iff et $=$, et que les échelonnements de matrices s'écrivent avec \sim .
- ▶ En revanche, lorsqu'il s'agit de caractériser les éléments d'un ensemble (exercice type : équation différentielle, ensemble de fonctions vérifiant une certaine propriété, *etc.*), il faut impérativement y avoir recours et préciser les sens non évidents (et le vérifier le cas échéant).

1.4. En algèbre

- ▶ Attention aux confusions entre les formules de changement de base pour les vecteurs (du type $Y = PX$) avec celles pour les applications linéaires/matrices ($A = PBP^{-1}$).
- ▶ Lorsque les exercices font intervenir des suites ou des fonctions, on n'oublie pas que ce sont ces objets que l'on manipule! (en particulier on n'oublie pas les quantificateurs $\forall n \in \mathbf{N}$, $\forall x \in \dots$, souvent très importants dans les preuves de liberté de familles par exemple).
- ▶ Le théorème spectral donne plusieurs choses en résultat : les valeurs propres sont réelles, la matrice symétrique réelle considérée est diagonalisable, la matrice de passage est orthogonale (*i.e.* il existe une famille propre orthonormée, les colonnes de P forment donc une famille orthonormale de $\mathcal{M}_{1,n}(\mathbf{R})$). Tout doit figurer sur votre copie!
- ▶ Avant de se lancer dans des calculs de valeurs propres, on regarde si certaines ne sont pas évidentes. La majoration $\sum_{\lambda \in \text{Spec} f} \dim E_{\lambda}(f) \leq \dim E$ permet ensuite souvent de conclure que nous les avons toutes. Exemple typique : la matrice de format $n \times n$ avec que des 1 dedans.

1.5. En analyse

1.5.1. Concernant les études de fonctions.

- ▶ Lorsque l'énoncé vous demande les variations d'une fonction, inutile de donner le tableau complet avec ces limites. En revanche, il est attendu si une « étude complète » de la fonction est demandée.
- ▶ Le dessin du graphe d'une fonction doit faire figurer tous les éléments caractéristiques de ladite fonction. Notamment, les éventuelles tangentes horizontales/verticales, asymptotes déterminées précédemment, *etc.*
- ▶ Les théorèmes principaux (théorème des valeurs intermédiaires, Rolle, *etc.*) sont associés à des hypothèses qu'il est indispensable de rappeler ! Le mieux est encore de commencer par le(s) hypothèse(s) principal(es) de régularité (continuité, dérivabilité *etc.*) afin de ne pas l'oublier.
- ▶ Pour les existences de solutions à des équations du type $f(x) = \alpha$ que l'on ne sait pas résoudre explicitement.
 - 1 — Si aucune unicité n'est attendue : on se contente généralement d'utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.
 - 2 — Si une unicité est attendue : on utilise le théorème de la bijection sur un intervalle I tel que $\alpha \in f(I)$. Il est indispensable de préciser clairement ledit intervalle.
 Il est également indispensable de savoir se ramener à $f(x) = \alpha$ depuis d'autres contextes (par exemple $f(x) = x \iff g(x) = 0$ donc en posant $g = f - \text{Id}_{\mathbb{R}}$ et $\alpha = 0$).
- ▶ On revoit les fonctions élémentaires : en particulier Arctan au programme, mais aussi les idées principales pour Arcsin, Arccos, très classiques.

1.5.2. Concernant les séries et les intégrales.

- ▶ Les intégrations par parties et changements de variables exigent aussi de vérifier des hypothèses. Dans la plupart des barèmes, des points sont accordés à leur vérification !
- ▶ Pour les convergences : avant de se lancer dans un théorème de comparaison préoccupez-vous de l'objet que vous manipulez ? La somme est-elle finie ? L'in-

tégrale n'est-elle pas une intégrale faussement impropre de première année ? (fonction continue sur un segment ou prolongeable par continuité aux points pathogènes).

- ▶ Si ce n'est pas le cas, on commence par préciser le signe de la fonction, sinon on étudie la convergence absolue.
- ▶ **On rappelle que regarder la limite quand $n \rightarrow \infty$ du terme sommé (ou du terme intégré lorsque $t \rightarrow t_0 \in \overline{\mathbb{R}}$) ne garantit en aucun cas la convergence !** Sauf éventuellement pour effectuer un prolongement par continuité dans le cas des fonctions.
- ▶ La bonne méthode pour les objets positifs est : on établit un encadrement (au moyen d'une limite éventuellement), on montre la divergence/convergence du majorant/minorant (éventuellement en invoquant le cours, sinon on refait la preuve), on conclut avec le théorème de comparaison.

1.6. En Probabilités & Statistiques

1.6.1. Axiomatique

- ▶ La formule des probabilités totales doit être associée à un système complet d'évènements.
- ▶ Attention aux confusions intersection/conditionnement, de plus le concept d'« évènement conditionnel » n'existe pas ! On ne parle que de probabilité conditionnelle. Ainsi une copie ne doit jamais mentionner « l'évènement $\{A | B\}$ ».
- ▶ Pour calculer avec des espérances/variances, on cite précisément ce qui permet d'avancer le calcul : « par linéarité de l'espérance », « par indépendance des variables aléatoires ... ». On ne donne pas tous les arguments en même temps sinon le correcteur partira du principe que vous ne savez lequel est le bon.

1.6.2. Aléatoire discret

- ▶ Que ce soit pour les couples discrets ou les variables aléatoires réelles discrètes, on a : Loi = Support + Famille de probabilités.

- ▶ Admettre une espérance = Convergence absolue d'une certaine série. L'espérance converge = convergence d'une certaine série.

- ▶ **(Existence d'aléatoire)**

Existence de loi discrète (variable ou couple) = **Positivité** + Somme égale à un

- ▶ **(Description d'expériences aléatoires)** Beaucoup de réponses à des questions du type « donner la loi ... » sont en fait une simple application du cours, soyez concis dans ces questions! Par exemple, pour reconnaître un contexte de binomiale on justifie que nous sommes en présence :

d'un comptage de succès (à préciser, ainsi que sa probabilité) parmi n expériences **indépendantes** (préciser en quoi cela est vérifié avec le vocabulaire/contexte de l'exercice considéré).

Et c'est tout — on évite en particulier tout *blabla* qui ferait plus de trois lignes. Tous ces arguments doivent figurer sur votre copie.

1.6.3. Aléatoire continu

- ▶ Pour les variables aléatoires continues, on a :
Loi = Densité (\Rightarrow support presque-sûr).

- ▶ Admettre une espérance = Convergence absolue d'une certaine intégrale. L'espérance converge = convergence d'une certaine intégrale.

- ▶ **(Calculs de densité)** les maîtres mots sont « **DISJONCTIONS DE CAS** ». On reste concentré et on évite les grosses bêtises dans les manipulations d'encadrement. Exemple d'erreur très classique : $\{X^2 \leq x\} \neq \{X \leq \sqrt{x}\}$ mais $\{-\sqrt{x} \leq X \leq \sqrt{x}\}$ (pire : si on ne parle pas non plus du cas $x < 0$ où l'évènement précédent est vide!).

- ▶ **(Existence d'aléatoire)** Existence de loi continue = existence d'une densité. Enfin, attention aux confusions entre les différentes hypothèses :

- ▶ Densité = \mathcal{C}^0 sauf en un nombre fini de points + positive + intégrale un.
- ▶ Fonction de répartition (on sait déjà que c'en est une) d'une variable à densité = $\mathcal{C}^0 + \mathcal{C}^1$ sauf en un nombre fini de points.
- ▶ Fonction de répartition = continue à droite + croissante + limites en $-\infty$ et ∞ (ici on souhaite donc montrer qu'une fonction réelle générale est une fonction de répartition d'une certaine variable aléatoire).

2. CONCERNANT L'INFORMATIQUE À L'ÉCRIT

Il faut respecter, pour plus de clarté, les règles que vous suivez sur n'importe quel IDE Python qui font partie intégrante du langage. En particulier :

- ▶ on indente toujours ses programmes, et aux endroits appropriés. Pour plus de clarté, utiliser un trait vertical sur la gauche pour préciser l'indentation.
- ▶ On commente (lorsque le correcteur voit 400 programmes sur 400 copies différentes, plus vous serez clairs, plus vous aurez de chance d'avoir les points) mais pas en excès. Ainsi, le plus souvent, un nom de variable clair permet d'expliquer ce que vous faites.
- ▶ Généralement les programmes à créer sont courts. Il est déraisonnable d'imaginer qu'un programme d'une page soit nécessaire pour traiter une question. Allez au plus simple et au plus rapide!
- ▶ En parlant de simplicité, pensez à des versions récursives de vos programmes si vous vous sentez à l'aise.
- ▶ On n'oublie pas d'importer les bibliothèques nécessaires au bon déroulement de vos fonctions.
- ▶ Commencer une fonction avec une docstring, mais il faut qu'elle soit concise.

En plus de ces conseils, toutes les règles issues des PEP présentées dans le cours d'Informatique doivent être respectées aussi sur une copie.

3. CONCERNANT L'ORAL

La plupart des commentaires disciplinaires précédents (*i.e.* concernant les Maths et l'Info) sont encore valables à l'oral. Nous en rajoutons d'autres ici plus spécifiques.

3.1. Commentaires généraux

Même entraîné régulièrement à passer des oraux en colle, l'oral de concours prend une importance toute particulière car cette fois c'est « pour de vrai ». C'est donc une épreuve qu'il va vous falloir préparer avec sérieux. Pour cela la première chose à faire et d'éviter de commettre deux erreurs classiques largement évitables.

C'est un exercice aussi important que l'écrit La première consiste à croire que l'écrit est le plus gros morceau des concours et que l'oral, bien que stressant et éprouvant, n'est au fond qu'une formalité où il suffit d'être « moyen » pour que ça passe. C'est faux ! Il faut savoir que du point de vue des écoles l'oral est extrêmement important et aussi important que l'écrit. À une époque pas si reculée le concours ne comportait que des épreuves orales (donc sans d'écrit). Ce n'est que pour faire face à la multiplication des candidats qu'un filtrage par une épreuve écrite a été institué.

C'est un exercice différent de l'écrit La deuxième erreur, c'est de croire que l'oral n'est qu'une colle avec un colleur inconnu. C'est tout aussi faux. Une colle a souvent pour thème un sujet qui vient à peine d'être vu en cours. Cela implique qu'il est impossible d'exiger des candidats un recul suffisant. En revanche lors de l'oral des concours, les épreuves portent sur des sujets qui sont censés être maîtrisés. Il est alors fondamental pour chaque étudiant de pouvoir montrer non seulement qu'il sait appliquer le cours mais qu'il sait l'appliquer de manière consciente et raisonnée. Contrairement à l'écrit qui est, d'un certain côté, plus une épreuve de vitesse qu'une épreuve de raisonnement, à l'oral des concours, il n'est pas rare d'avoir une mauvaise note même avec une solution juste et *a contrario* d'avoir une

excellente note avec un exercice non terminé, même si tout le monde sera d'accord pour dire qu'à explications égales, mieux vaut avoir des calculs justes. Enfin pour finir, un colleur a pour but de vous aider à assimiler chaque semaine une ou plusieurs notions de cours, de vous permettre de développer des méthodes, une explication de sa part est attendue sur l'exercice. Un examinateur a seulement pour objectif d'évaluer le mieux possible une série de candidats en un temps donné, et de manière impartiale ; vous n'aurez pas forcément les réponses aux questions que vous vous posez sur l'exercice pendant l'orale, et il ne faut pas s'en étonner !

Cette fiche a pour but de vous rappeler quelques conseils indispensables pour l'oral d'un point de vue général, *i.e.* valable quelle que soit la matière. Après pour les appliquer, il faut s'entraîner et encore s'entraîner.

3.1.1. Ce qu'il faut toujours faire à l'oral

L'Examineur Ne pas oublier que :

l'examineur est un être humain !

Cela paraît peut-être évident, mais il faut ne jamais perdre de vue cet aspect des choses. L'examineur, en tant qu'humain peut présenter des avantages et des inconvénients :

1. il peut être fatigué (surtout en fin de journée) et donc (un peu) être moins attentif voire plus blasé,
2. l'examineur est sensible (même inconsciemment) à tout ce que vous ferez et direz,
3. l'examineur a déjà passé des concours, il comprend le stress.

En conséquence de quoi vous devez tout faire pour être naturel, agréable et lui faciliter la tâche. Cela passe par des gestes très simples :

1. arrivez à l'heure,
2. entrez dans la salle en disant « Bonjour » et avec tous les papiers nécessaires déjà en mains (convocation, papier d'identité, ...).

3. Souriez en toute circonstance.
4. Ne soyez pas obséquieux «Oui monsieur / madame», «D'accord monsieur / madame», «Vous avez raison monsieur / madame».

Avant de se lancer dans l'oral à proprement parler, ces petites remarques de forme seront d'importance capitale pour l'avis initial qu'aura sur vous l'examineur.

N'oubliez pas non plus que la note est mise à la fin de la prestation et non tout au long de celle-ci. Cela signifie que, dans la mesure du possible, mieux vaut ne pas commencer «à fond» mais arriver à en garder sous le pied. Usuellement, il paraît raisonnable de commencer à 90% de ses possibilités et de finir à 100 % dans la deuxième moitié. Cela peut se faire en expliquant un tout petit peu moins que ce que vous feriez spontanément dans les dix premières minutes et tout raconter ensuite de sorte qu'il y ait une montée en puissance lors de l'oral. L'examineur ne manquera pas de le remarquer et en sera favorablement impressionné. De toute façon l'examineur en sait plus que vous et vous posera certainement des questions plus loin que ce que vous racontez. Autant faire en sorte qu'il trouve vos limites plus tard.

La planche. Dialoguez! L'oral se joue à deux.

1. Quand l'examineur intervient :
 - ▶ écoutez-le! Ne l'interrompez surtout pas! Au delà du fait qu'il est extrêmement impoli d'interrompre quelqu'un qui est là pour juger de votre niveau, dites-vous que l'examineur a certainement un conseil à vous donner,
 - ▶ Suivez les instructions de l'examineur, et même si à première vue vous ne voyez pas à quoi elles servent.²
 - ▶ Si un examinateur vous dit de passer à la suite, passez à la suite. Soit ce que vous étiez en train de dire était totalement faux et il pense que c'est irrécupérable, soit tout ce que vous disiez était juste et il vous fait crédit de ce qui suit. N'allez pas lui prouver le contraire en essayant d'étaler votre science.
 - ▶ Si l'examineur vous pose une question qui vous paraît bête, n'essayez pas de savoir pourquoi, ce n'est pas pour vous déstabiliser, c'est juste pour vérifier

²Je vous déconseille très fortement de les remettre en cause, même s'il peut arriver que l'indication ne soit pas la meilleure, c'est un très gros risque que vous prenez.

2. Quand l'examineur est muet comme une tombe :
 - ▶ vous n'avez pas de chance, mais il va falloir faire avec,
 - ▶ vous devez néanmoins parler, pour savoir quoi raconter, imaginez que vous vouliez enregistrer une vidéo à envoyer à votre professeur pour lui exposer votre problème : dites tout, expliquez tout, parlez, montrez. Ne tombez pas dans le show, restez sobre, mais parlez.
3. Et pour finir, des remarques de communication.
 - ▶ Ne dites jamais «mon prof a dit que», «c'est écrit dans mon cours» : c'est à vous d'assumer votre savoir et vos actes,
 - ▶ regardez autant que possible l'examineur, même s'il fait une sale tête,
 - ▶ parlez suffisamment fort (suivant l'acoustique de la salle) et articulez,
 - ▶ souriez (eh oui, toujours!)
 - ▶ n'hésitez pas à faire des schémas, des gestes (mais attention pas trop, ce n'est pas une pièce de théâtre!),
 - ▶ connaissez vos tics (se recoiffer, dire «euhhh» ou «donc», ...) et limitez-les autant que possible.

³Et j'adore le faire, notamment sur des questions de cours.